



「それって数学！？」
現役東大生による計算しない数学の授業
<事後アンケート Q&A>
文責：佐々木一洋

2023. 7.29実施

目次

1. 論理に関する質問
2. 数学の勉強に関する質問
3. 授業で扱った問題に関する質問

1. 論理に関する質問

新聞に載っていた問題の答えが知りたい！

おすすめの論理問題があれば教えていただきたいです。

無限についてもっと知りたくなりました

新聞に載っていた問題の答えが知りたい！

問題は以下の通りでした

「苦いならば体に良い」を確かめるのに飲むべき薬を選べ。

1.苦い 2.甘い 3.体に良い 4.体に悪い

嘘だと分かるのは、「苦いのに体に悪い」薬があるときです。

つまり、**1と4**を確かめるのが正解です！

ついつい体に良い薬が苦いかを確かめたくになりますが、

仮に「苦くないけど体に良い薬」があったとしても、

「苦いならば体に良い」は嘘にはならないんですね！

おすすめの論理問題があれば教えていただきたいです。

個人的に好きなのは

「この文は嘘である」という文がある。この文は嘘か本当か？

という問題です。

論理の世界には「**パラドックス**」というものがあります。

これを知ると、論理がより面白く感じると思います。

興味があったら、「論理パズル」や「パラドックス」で検索して本を買ってみてください！

無限についてもっと知りたくなりました

「アキレスと亀」という問題を調べてみてください。

無限は、古来より人類を悩ませてきたテーマですが、**高校数学の微積分**の分野でいよいよその謎に迫っていきます。しかしテキストや先生によっては、計算が中心で理論的面白さに踏み込んでくれない場合があります。まあ気持ちは分かるというか、かなり難しいんです。

ヴェリタスでは微積分の講座を毎年夏に開講しています。

ここでは無限についても深く扱うので、興味があれば受講を検討してください。（今年は佐々木が担当しています。）

2. 数学に関する質問

数学の苦手意識を無くすにはどうすれば良いですか？

幾何の面白さや魅力って何？

代数は好きだけど幾何が好きじゃない。どうしたら楽しめる？

どうすればテストで思考力のいる問題が解けるようになる？

学校で習っている数学は何のためにやっているの？

数学の苦手意識を無くすにはどうすれば良いですか？

数学のどの部分が苦手なのか、まず考えてみるといいと思います。

計算が苦手だったり、公式を覚えるのが苦手だったり、
人によって苦手な要素は異なります。

漠然と苦手と思っていると、なかなか手がつかないものですが、
何が苦手か分かれば、それに応じて勉強の方法を工夫することができます。
計算が苦手なら、計算「は」シンプルな難しい問題に挑戦してみましよう。
暗記が苦手なら、忘れた状態からその公式を導くにはどうするかを学びましよう。

苦手だからと、頭を使わない処理練習（ドリル）ばかりやるのは逆効果です。

自分の長所を生かして、質の高い問題に取り組んでみましよう。
そういう勉強で「頭を使う」ことへの自信がつけば、苦手意識もなくなるでしょう。
(もちろん、一度自信を付けたら、処理練習をすることも大事ですよ)

幾何の面白さや魅力って何？

「誰でもわかる事実から、誰もが驚く定理を証明できる」 ということです。

中学で学ぶ幾何学の方法論は、ユークリッドという人が紀元前に作りました。

「先に使う言葉の意味と何個かのルールを書いておき、それだけを使って残りの
全てを証明していく」

これはあらゆる学問でその後真似されたシステムで、大発明です。

しかし、ほとんどの教科書は最初に「使っているいいルール」を全て書いてくれません。

下手をすると定理を示すより使う方に焦点が置かれがちです。

定理を知るだけでも、図形の持つ性質の美しさや意外性は楽しむことができるでしょう。

しかし、幾何学の醍醐味は**知った定理を一つ一つ証明すること**ではじめて感じられると思います。

代数は好きだけど幾何が嫌い。どうしたら楽しめる？

一つ前の質問で答えたように、幾何は証明に面白さが詰まっています。
しかし補助線など、発想に頼るところも大きく、苦手を感じる人も多くいます。

安心してください。数学の偉人にも同じ感想を持った人たちがいます。

「幾何の問題を、代数の連立方程式を解くように機械的に扱うことはできないか？」
高校数学の「ベクトル」「座標幾何」で、こうした方法論を学ぶことができます。

代数のアプローチで幾何が解ける。

このことが理解できると、幾何も案外面白い、と感じてくるかもしれません。

どうすればテストで思考力のいる問題が解けるようになる？

とても難しい質問です。そもそも「思考力」とは何でしょうか？

自分は「**一度解いた問題やその類題でないものを、考えて解ける力**」だと思います。

こうした力を鍛えるには

「ある問題に初めて出くわした瞬間に、安易に解き方を聞かず考えること」

「解答例を信じずに、自分の頭で正しさを判断すること」

がとても重要だと思います。

オススメの方法は、自分では答えを見ないと決めた問題集を一冊つくることです。

分からなかったら他の教科書やノートを見るのはOK、ただしその問の答えは見ず、

100%の自信がある答案を作りきることに。解答がいらないと思えたらクリアです。

学校で習っている数学は何のためにやっているの？

重要な質問なので、2ページにわたって答えます。

学校の先生によって教え方も様々で、人によって答えは変わってくると思います。
数学を通じて考える力をつけるのが目的だ、数学自体は使わないと言う先生もいます。

しかし、僕は数学の知識そのものも重要であると思います。
天気予報や電車の最短乗り換え検索のように、
今の僕らの生活を支えている技術には、数学が不可欠です。
数学を知らなくても、それらの技術を使うことはできるので、
数学なんて役に立たないと思っている大人は多いです。

でも「**なぜこんなことができるのか？**」を理解しようと思ったら、結局数学が必要です。

学校で習っている数学は何のためにやっているの？

仕組みを知らなければ、新しいものを発明したり、情報の真偽を自分で確かめることができません。ネットの情報や誰かの話を聞いて、「こうすればいいらしい」と信じるだけになってしまいます。

なぜか知りたいと思って調べても、数学を学んでないと説明が理解できません。

というより、説明がそこに書いてあることすら理解できません。
知らない外国語の看板を見ても、広告なのか、重要な注意書きなのか分かりませんよね？

学校の数学は新しい概念を学び、数式の理解の前提となる道具をそろえるものです。
テストなどは計算能力を高める目的もありますが、些細なことです。

何を計算しているのか、なぜそうすれば計算できるのかを理解するために学ぶです。



3. 授業で扱った問題に関するに関する質問

対偶は式や記号で表すとどうなるの？

最後の論理の問題の解き方をもう一度解説してほしい

東大の問題の解説が欲しい

対偶は式や記号で表すとどうなるの？

授業で扱ったように、「AならばB」は「 $A \Rightarrow B$ 」と表します

また、「Aでない」は「 $\neg A$ 」と表します。

よって「 $A \Rightarrow B$ 」の対偶は「 $\neg B \Rightarrow \neg A$ 」と表すことができます。

ちなみに

「 $B \Rightarrow A$ 」は逆、「 $\neg A \Rightarrow \neg B$ 」を裏と呼びます。

最後の論理の問題の解き方をもう一度解説してほしい

難しい問題ですね。

解説もどうしても長くなってしまいますので、何枚かのスライドに分けて説明します。

また、実はこの問題は「任意」と「存在」という論理を学ぶと、もっと機械的に理解することができます。

最後にその解説を加えておきます。

問題

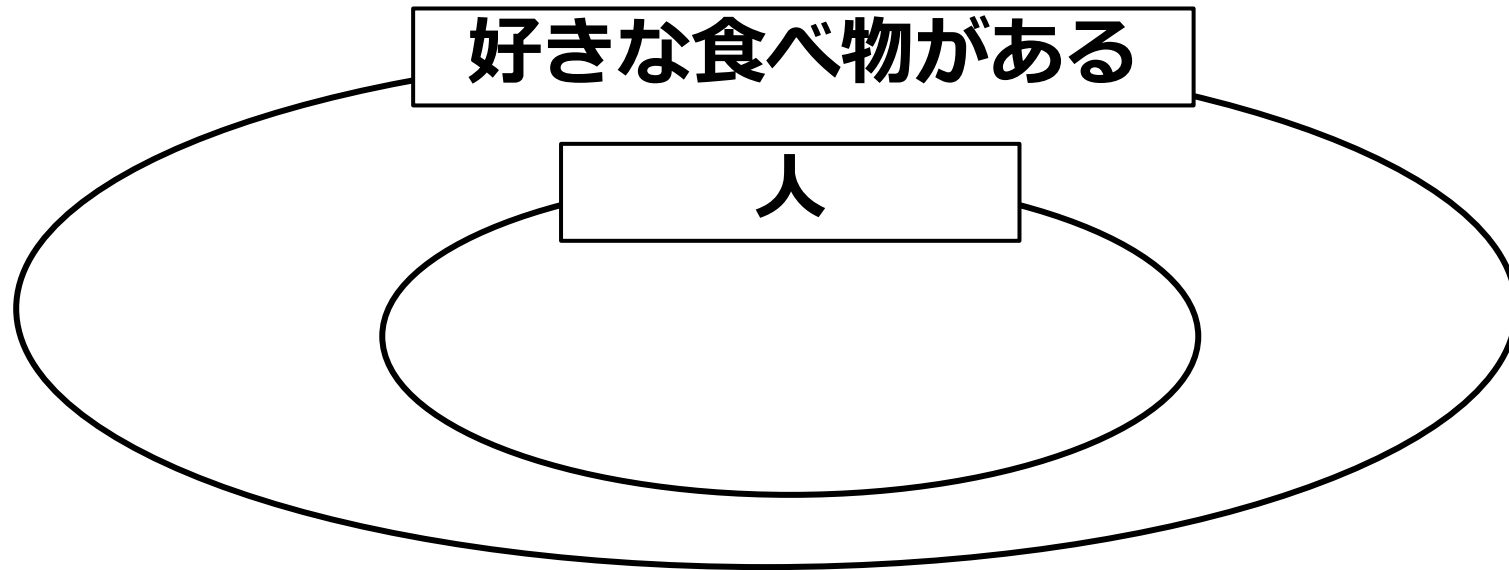
「どんな人でも、好きな食べ物がある」というのは嘘だ

同じ意味の文はどれ？

- ① どんな人でも、好きな食べ物がない
- ② どんな人でも、好きでない食べ物がある
- ③ どんな食べ物でも、好きでない人がいる
- ④ どんな食べ物も好きでない、そんな人がいる

STEP 1 VENN図で整理

- ▶ 「どんな人でも、好きな食べ物がある」ということは…

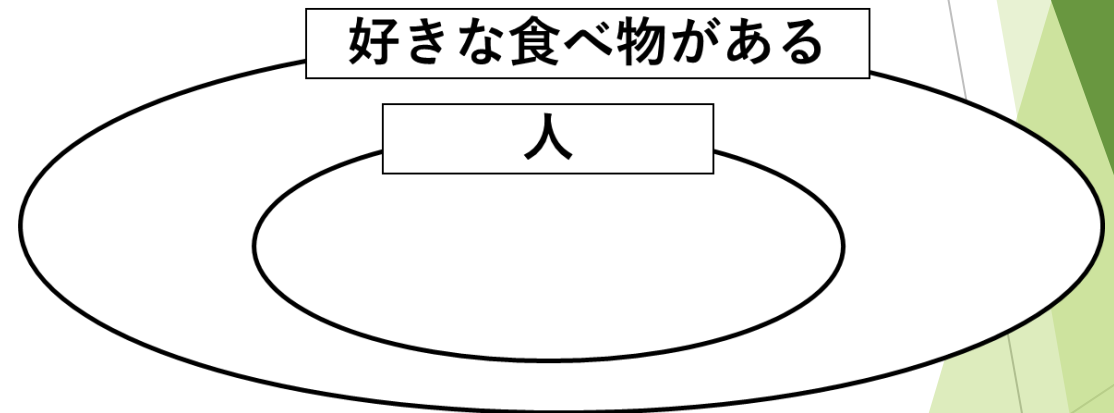


人⇒好きな食べ物がある

STEP2 嘘になるのは？

「人⇒好きな食べ物がある」が嘘になるのは？

右図に存在しないのは
「好きな食べ物がない人」



つまり嘘になるのは

好きな食べ物がない人がいるとき

STEP3 同じ意味のものを選ぶ！

「好きな食べ物がいない人がいる」と同じなのは...

- ① どんな人でも、好きな食べ物がいない
- ② どんな人でも、好きでない食べ物がある
- ③ どんな食べ物でも、好きでない人がいる
- ④ どんな食べ物も好きでない、そんな人がいる

③と④は似てるが、

③はそれぞれの食べ物に嫌いな人がいる、と言ってるだけ

答えは④だ！

上級者向け解説 任意と存在

前提

「**どんな**人でも～」でない ⇔ 「～でない」人が**いる**

「～な食べ物が**ある**」でない ⇔ **どんな**食べ物でも「～でない」

これを使うと

「どんな人でも、『好きな食べ物がある』」でない

⇔ 「『好きな食べ物がある』でない」人がいる

⇔ 「どんな食べ物でも好きでない」人がいる

④の文が同じ意味と分かる！

最後に紹介された東大の問題(2020)の解説が欲しい

ぜひ自分で答えにたどり着いてほしいので、ここでは書きません。
東大の過去問は良問が多いのでぜひ挑戦してみてください！

ヒントだけ書いておきます。

「どの線も1つは通る点がある」ということの否定は
「どの点も通らない線がある」と言うことです。

しかしこの線が何本あるのかは分かりませんから、場合分けがいろいろあります。
場合分けは多いようで、「縦1本だけ通らない」「横1本だけ通らない」など
パターン数は全て同じですから、地道にやっても意外と数え切れるレベルです。
数え方は他にもありますから、いろいろ考えてみてください。